

Andreas Wagner

Photovoltaik Engineering

Die Methode der Effektiven Solarzellen-Kennlinie

Springer Verlag Berlin Heidelberg 1999

ISBN 3-540-66256-1

Die folgenden Seiten sind ein Auszug aus meinem o.g. Buch und als Ergänzung des Vorlesungsskriptes „Die Effektive Solarzellenkennlinie“ gedacht. Die Formelsymbole wurden teilweise geändert. Der Unterschied zwischen R_s und R_{pv} wird nocheinmal ausführlich dargestellt.

Interessierte Studenten können von mir sogenannte „Hörerscheine“ erhalten, wodurch ein Preisnachlass von 20% auf den Ladenpreis gewährt wird. (Ladenpreis 129 DM).

19.10.2001 A. Wagner

Inhaltsverzeichnis

3 Solargenerator	3
3.1 Ersatzschaltbild und Kennlinie der Solarzelle	3
3.1.1 Ideale Solarzelle.....	3
3.1.2 Ersatzschaltbilder mit konzentrierten Elementen	5
3.2.5 Berechnungsbeispiel zur effektiven Solarzellen-Kennlinie	9
3.3 Verlustwiderstände	12
3.3.1 Serien-Innenwiderstand R_s	12
3.3.2 Fallbeispiel zur R_s -Berechnung.....	13
3.3.3 Parallel-Innenwiderstand R_p	15
A.1.7 Meteorologische Gegebenheiten.....	16
A.2 Solargenerator	18
A.2.1 Effektive Solarzellen-Kennlinie	18
A.3.2 Wechselrichter	20
A.4 Systemdimensionierung	22
A.4.1 Täglicher Energiebedarf	22
A.4.2 Dimensionierung der Batterie.....	22
A.4.3 Dimensionierung des Solargenerators	23
A.4.4 Mittlere Verfügbarkeit.....	24
A.5 Wirtschaftliche Bewertung.....	27
A.5.1 Kostenannuitäten-Methode.....	27
A.5.2 Wiedergewinnungsfaktor WF	28

3 Solargenerator

3.1 Ersatzschaltbild und Kennlinie der Solarzelle

3.1.1 Ideale Solarzelle

Die Solarzelle ist ein Halbleiter-Bauelement zur direkten Wandlung des Sonnenlichtes in elektrische Energie. Die in den großflächig ausgeführten pn-Übergang einfallenden Photonen können Elektron-Loch-Paare erzeugen. Diese beweglichen Ladungsträger driften im elektrischen Feld des pn-Übergangs ihrem Vorzeichen entsprechend in verschiedene Richtungen und bewirken eine Ladungstrennung (innerer Photoeffekt, [12]). Dadurch entsteht eine äußerlich meßbare Spannung, die zur Arbeitsleistung herangezogen werden kann.

Die Strom-Spannungs-Kennlinie der unbeleuchteten idealen Solarzelle (Dunkel-Kennlinie) entspricht der von Shockley [13] hergeleiteten Beziehung für die ideale Diode:

$$I_D = I_0 \left(e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \quad (3.1.1)$$

An einer beleuchteten Solarzelle stellt sich in einem angeschlossenen Verbraucher der Laststrom

$$I = I_{ph} - I_D \quad (3.1.2)$$

ein mit dem vom Lichtfluß Φ abhängigen Photostrom

$$I_{ph} = I_{ph}(\Phi) \quad (3.1.3)$$

Aus 3.1.2 folgt das Ersatzschaltbild der idealen Solarzelle:

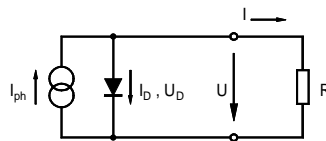


Abb. 3.1.1. Ersatzschaltbild der idealen Solarzelle

Der prinzipielle Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie einer Solarzelle (dunkel und beleuchtet) ist in Abb. 3.1.2 dargestellt.

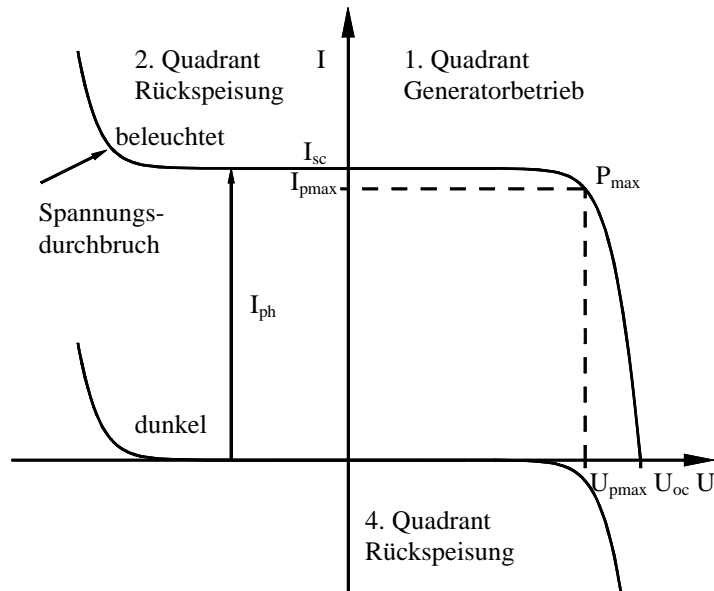


Abb. 3.1.2: Strom-Spannungs-Kennlinie einer Solarzelle

Die Kennliniengleichung 3.1.2 beschreibt den Verlauf der Kennlinie nur im ersten und vierten Quadranten ($U > 0$). Im Bereich $U < 0$ gilt diese Gleichung nur für kleinere Spannungswerte. Bei pn-Übergängen, die in Sperrichtung betrieben werden, treten bei Überschreitung bestimmter kritischer Werte Durchbruch-Erscheinungen auf, die verschiedene physikalische Ursachen haben können (Zenereffekt, Lawineneffekt [14]).

Vom Verlauf der Kennlinie im ersten Quadranten ($U > 0$) kann nicht auf die Durchbruchspannung geschlossen werden. Da der Arbeitspunkt einer Solarzelle im Generatorbetrieb im ersten Quadranten liegt, können die Durchbrucheffekte meistens ignoriert werden. Ist dies nicht der Fall (z.B. bei teilweiser Abschattung eines Generators), so muß dies entsprechend berücksichtigt werden.

3.1.2 Ersatzschaltbilder mit konzentrierten Elementen

Das Ersatzschaltbild nach Abb. 3.1.1 wurde unter idealisierten Voraussetzungen hergeleitet. Zur Berücksichtigung realer Verhältnisse werden in der Literatur mehrere Vorschläge gemacht.

Interne Verlustprozesse werden durch ohmsche Widerstände beschrieben. So beschreibt ein Parallelwiderstand R_p Oberflächen-Rekombinationsprozesse [15] [16], [17], [74]. Ein Serienwiderstand R_s beschreibt Verluste, die durch schlechte Leitfähigkeit, schlechten ohmschen Rückkontakt und generell Kontaktwiderständen hervorgerufen werden. Da der Serienwiderstand auch durch schlechte externe Anschlüsse vergrößert werden kann, ist eine meßtechnische Erfassung des Serien-Innenwiderstandes in der technischen Anwendung wichtig (vgl. Kapitel 3.3)

In [15] wurde gezeigt, daß sich die gemessene Kennlinie einer Solarzelle besser approximieren läßt, wenn im Ersatzschaltbild eine zweite Diode parallel zur ersten eingefügt wird (beide Dioden besitzen unterschiedliche Sperrströme I_{01} und I_{02} sowie unterschiedliche Temperaturspannungen U_{T1} und U_{T2}).

Weitere Modelle berücksichtigen zusätzliche Kapazitäten zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens [18].

Alle genannten Modelle mit konzentrierten Elementen haben zum Ziel, die physikalischen Vorgänge in einer Solarzelle mit realen technischen Bauteilen zu emulieren. Dies gelingt dann gut, wenn alle Feldgrößen in der Solarzelle nur von einer Ortskoordinate abhängen (eindimensionales Modell). Da dies in der Realität nicht zutrifft, stößt jedes Modell mit konzentrierten Elementen bei inhomogener Bestrahlung [19] oder bei hohen Bestrahlungsstärken [20], [21] an seine Grenzen (das heißt, die ermittelten Parameter des Ersatzschaltbildes eignen sich nicht mehr für eine technische Emulation). Auch eine gute Approximationsqualität für den Kennlinienverlauf ist kein Beweis für eine korrekte physikalische Beschreibung. Für eine vertiefende Betrachtung der physikalischen Zusammenhänge sei auf [74] besonders hingewiesen.

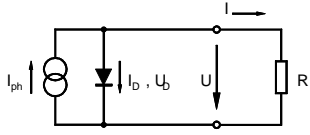
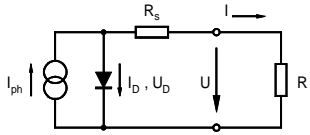
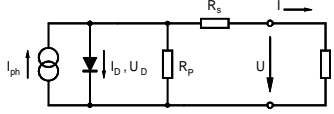
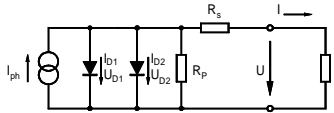
Der Sinn der Kennlinien-Approximation mit Ersatzschaltbildern liegt in der daraus folgenden expliziten Berechenbarkeit von Anpassungsproblemen zwischen PV-Solargeneratoren und Verbrauchern.

An eine Berechnungsmethode für Anpassungs-Aufgaben im Engineering-Bereich müssen daher die folgenden Anforderungen gestellt werden:

1. Explizite Berechnung der Strom-Spannungs-Kennliniengleichung $U(I)$
2. Explizite Berechnung der Kennlinien-Gleichungsparameter aus den Kennwerten I_{sc} , U_{oc} , I_{pmax} , U_{pmax} . (vgl. IEC 60 904-3)
3. Approximationsgenauigkeit im Bereich der zur Verfügung stehenden Meßgenauigkeit (Stand der Technik: 1%)

Zur Lösung von Berechnungs-Aufgaben im Engineering-Bereich soll aus den folgenden Ersatzschaltbildern im quasistationären Zustand (L- und C-Einflüsse werden vernachlässigt) eines ausgewählt werden, das alle drei genannten Anforderungen erfüllt:

Tabelle 3.1.1. Solarzellen-Ersatzschaltbilder mit konzentrierten Elementen

Ersatzschaltbild	Erläuterung
	<p>geringe Approximationsqualität</p> $I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \quad (3.1.4)$
<p>Abb. 3.1.3. Ideal-Modell</p>	$U = U_T \ln \left(\frac{I_{ph} - I + I_0}{I_0} \right) \quad (3.1.5)$
	<p>gute Approximationsqualität</p> $I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{U + IR_s}{U_T}} - 1 \right) \quad (3.1.6)$
<p>Abb. 3.1.4. Einfaches Modell</p>	$U = U_T \ln \left(\frac{I_{ph} - I + I_0}{I_0} \right) - IR_s \quad (3.1.7)$ <p>Zahlenwert für R_s kann negativ werden</p>
	<p>gute Approximationsqualität</p> $I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{U + IR_s}{U_T}} - 1 \right) - \frac{U + IR_s}{R_p} \quad (3.1.8)$
<p>Abb. 3.1.5. Standard-Modell</p>	<p>U=? explizite Lösung unbekannt</p>
	<p>sehr gute Approximationsqualität</p>
<p>Abb. 3.1.6. Zwei-Dioden-Modell</p>	$I = I_{ph} - I_{01} \left(e^{\frac{U + IR_s}{U_{T1}}} - 1 \right) - I_{02} \left(e^{\frac{U + IR_s}{U_{T2}}} - 1 \right) - \frac{U + IR_s}{R_p} \quad (3.1.9)$ <p>U=? explizite Lösung unbekannt</p>

Keines der in Abb. 3.1.3 bis Abb. 3.1.6 dargestellten Ersatzschaltbilder erfüllt die weiter vorn definierten Anforderungen. Interessanterweise konnte in [37] gezeigt werden, daß die sehr gute Approximationsqualität des Zwei-Dioden-Modells auch mit dem Ersatzschaltbild Abb. 3.1.4 erreicht werden konnte, wenn ein negativer Zahlenwert anstelle des Wertes für R_s zugelassen wurde. Da negative Widerstände real nicht existieren, kann das ermittelte Element kein ohmscher Widerstand sein. Das Element im Ersatzschaltbild muß daher durch ein fiktives photoelektrisches Bauelement dargestellt werden, dessen Typ nicht genau bezeichnet werden soll und dessen Kennlinie in erster Näherung der eines positiven oder negativen Widerstandes entspricht. Das Bauelement soll durch R_{pv} (Photovoltaik-Widerstand) beschrieben werden.

Wichtig: Auch wenn ein nach der in Kapitel 3.2 beschriebenen Berechnungsmethode ermittelter Zahlenwert für R_{pv} positiv ist, so ist dieser Wert nur in Ausnahmefällen gleich dem wahren Serien-Innenwiderstand R_s . Die rechnerische Ermittlung von R_s nach Norm IEC 60 891 wird in Kapitel 3.3 beschrieben
 Anmerkung: Die Norm IEC 60 891 beschreibt nur eine graphische Lösungsmethode zur Ermittlung von R_s . Durch die Methode der Effektiven Solarzellen-Kennlinie kann R_s explizit berechnet werden. Zeichnerische Ungenauigkeiten entfallen.

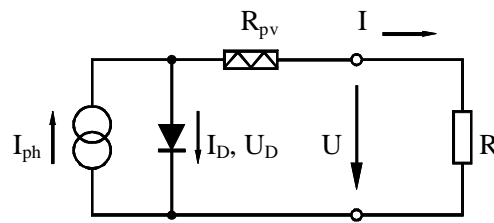


Abb. 3.1.7. Ersatzschaltbild für die Effektive Solarzellen-Kennlinie

Es folgt die Effektive Solarzellen-Kennlinie

$$I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{U + IR_{pv}}{U_T}} - 1 \right) \quad (3.1.10)$$

Explizite Form

$$U = U_T \ln \left(\frac{I_{ph} - I + I_0}{I_0} \right) - IR_{pv} \quad (3.1.11)$$

Der Begriff der „Effektiv-Kennlinie“ ist als Analogie zu den Effektivwerten im Wechselstrombereich zu verstehen, wo Effektivwerte als äquivalente Gleichstromwerte zur Leistungsberechnung angewandt werden. Durch die Einführung des Photovoltaik-Widerstandes lassen sich Leistungsberechnungen und Berechnungen zum Teillastverhalten beim Anschluß von Verbrauchern an Solargeneratoren mit der geforderten Genauigkeit von 1% explizit durchführen. Die Bezugsgröße für die Genauigkeit ist die maximale Leistung P_{max} des untersuchten Solargenerators.

(3.2.19) aufgelöst nach R_{pv}

$$R_{pv} = -M \frac{I_{sc}}{I_{pmax}} + \frac{U_{pmax}}{I_{pmax}} \left(1 - \frac{I_{sc}}{I_{pmax}}\right) \quad (3.2.20)$$

Aus (3.2.18)

$$U_T = -(M + R_{pv})I_{sc} \quad (3.2.21)$$

(3.2.17), (3.2.18) und (3.2.21) in (3.2.12)

$$I_0 = I_{sc} e^{\frac{-U_{oc}}{U_T}} \quad (3.2.22)$$

Aus (3.2.17.2)

$$I_{ph} = I_{sc} \quad (3.2.23)$$

Aus den Gleichungen (3.2.20) bis (3.2.23) lassen sich hinreichend genaue Startwerte für die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems berechnen. Voraussetzung ist, daß die 5 Kennwerte I_{sc} , U_{oc} , I_{pmax} , U_{pmax} , M mit hinreichender Genauigkeit ermittelt werden konnten. Üblicherweise lassen sich die 4 Kennwerte I_{sc} , U_{oc} , I_{pmax} , U_{pmax} meßtechnisch mit einem Fehler $<1\%$ ermitteln. Die Ermittlung der Steigung M ist dagegen mit einem größeren Fehler behaftet.

Da sich mit Hilfe des Gleichungssystems (3.2.10.2), (3.2.11), (3.2.12), (3.2.13) aus den 4 Kennwerten I_{sc} , U_{oc} , I_{pmax} , U_{pmax} eindeutig die Gleichungsparameter R_{pv} , U_T , I_0 , I_{ph} berechnen lassen und da weiter die Steigung

$$M = \frac{dU}{dI}(I=0) \quad (3.2.24)$$

eindeutig aus den Gleichungsparametern berechnet werden kann, gibt es eine eindeutige Funktion

$$M = f(I_{sc}, U_{oc}, I_{pmax}, U_{pmax}) \quad (3.2.25)$$

In Kapitel 3.2.3 wird die folgende allgemeingültige Approximationsfunktion mit den Gleichungskonstanten für die Steigung M hergeleitet, die die Berechnung der effektiven Solarzellen-Kennlinie mit einer Genauigkeit von 1% gestattet.

$$M = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} \left(-5,411 \frac{I_{pmax} U_{pmax}}{I_{sc} U_{oc}} + 6,450 \frac{U_{pmax}}{U_{oc}} + 3,417 \frac{I_{pmax}}{I_{sc}} - 4,422 \right) \quad (3.2.26)$$

Da die Startwerte allein die geforderte Approximationsgenauigkeit von 1% bieten, erübrigen sich weitere Iterationen.

3.2.5 Berechnungsbeispiel zur effektiven Solarzellen-Kennlinie

Das Datenblatt eines Solarzellenmoduls enthält folgende Angaben zur Kennlinie unter Standard-Prüfbedingungen (STC):

$$I_{sc}=3.65A, \quad U_{oc}=21.7V, \quad I_{pmax}=3.15A \quad U_{pmax}=17.5V \quad (3.2.44)$$

Um einen Überblick über den Kennlinienverlauf zu erhalten, sollen die folgenden Berechnungen durchgeführt und ein maßstäbliches Diagramm gezeichnet werden.

- Berechnung der effektiven Gleichungsparameter R_{pv} , U_T , I_0 , I_{ph} .
- Graphische Darstellung der Kennlinie maßstäblich mit 7 Stützpunkten.
Intervallbreite für die Berechnung der Kennlinienpunkte:
Bereich $0 \dots I_{pmax}$: Intervallbreite $I_{pmax}/3$
Bereich $I_{pmax} \dots I_{sc}$: Intervallbreite $(I_{sc}-I_{pmax})/3$.
- Zur Funktionsprüfung soll ein Widerstand angeschlossen werden. Es soll ein Strom von 2 A fließen. Was für ein Widerstand muß angeschlossen werden? Zeichnen Sie die Kennlinie des Widerstandes maßstäblich in das Kennlinienbild und überprüfen Sie zeichnerisch die rechnerische Lösung.

Lösung zu (a): Zunächst muß als Hilfsgröße die Steigung M im Leerlaufpunkt berechnet werden.

$$M(I_{sc}, U_{oc}, I_{pmax}, U_{pmax}) = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} \left(-5,411 \frac{I_{pmax} U_{pmax}}{I_{sc} U_{oc}} + 6,450 \frac{U_{pmax}}{U_{oc}} + \dots \right. \\ \left. + 3,417 \frac{I_{pmax}}{I_{sc}} - 4,422 \right) \quad (3.2.45)$$

Es ergibt sich mit den Kennwerten (3.2.44)

$$M(I_{sc}, U_{oc}, I_{pmax}, U_{pmax}) = -0,222 \text{ V/A} \quad (3.2.46)$$

Es folgen die effektiven Gleichungsparameter R_{pv} , U_T , I_0 , I_{ph} aus den Kennwerten I_{sc} , U_{oc} , I_{pmax} , U_{pmax}

$$R_{pv}(I_{sc}, U_{oc}, I_{pmax}, U_{pmax}) = -M \frac{I_{sc}}{I_{pmax}} + \frac{U_{pmax}}{I_{pmax}} \left(1 - \frac{I_{sc}}{I_{pmax}} \right) \quad (3.2.47)$$

Photovoltaik-Widerstand

$$R_{pv}(I_{sc}, U_{oc}, I_{pmax}, U_{pmax}) = -0,624 \text{ V/A} \quad (3.2.48)$$

Temperaturspannung

$$U_T = -(M + R_{pv})I_{sc} \quad (3.2.49)$$

$$U_T = 3,09 \text{ V} \quad (3.2.50)$$

Dunkel-Sperrstrom

$$I_0 = I_{sc} e^{\frac{-U_{oc}}{U_T}} \quad (3.2.51)$$

$$I_0 = 3,253 \text{E-3 A} \quad (3.2.52)$$

Photostrom

$$I_{ph} = I_{sc} \quad (3.2.53)$$

$$I_{ph} = 3,65 \text{ A} \quad (3.2.54)$$

Lösung zu (b): Mit diesen Zahlenwerten kann nun die effektive Kennliniengleichung (FS.2.2) numerisch ausgewertet werden.

$$U(I) = 3,09 \text{V} \cdot \ln\left(\frac{3,65 \text{A} - I + 3,253 \cdot 10^{-3} \text{A}}{3,253 \cdot 10^{-3} \text{A}}\right) - I(-0,624 \frac{\text{V}}{\text{A}}) \quad (3.2.55)$$

Aus den vorgegebenen Kennlinienpunkten läßt sich die folgende Wertetabelle berechnen. Die Wertetabelle wurde mit den in (b) vorgeschlagenen Intervallen berechnet:

Tabelle 3.2.2. Wertetabelle für die Solarzellen-Kennlinie

I_s	U_s
0 A	21,7 V
1,05 A	21,3 V
2,10 A	20,4 V
3,15 A	17,5 V
3,32 A	16,4 V
3,48 A	14,4 V
3,65 A	0 V

Die folgende Abbildung zeigt die durch Geradenstücke angenäherte Kennlinie der Solarzelle.

Mit der in der Aufgabenstellung empfohlenen Schrittfolge für die Wertetabelle läßt sich durch die Geradenstücke eine für viele praktische Näherungslösungen ausreichend genaue Kennlinie maßstäblich aufzeichnen, wodurch graphische Lösungsansätze für überschlägige Beurteilungen durchaus zu akzeptablen Lösungen führen können.

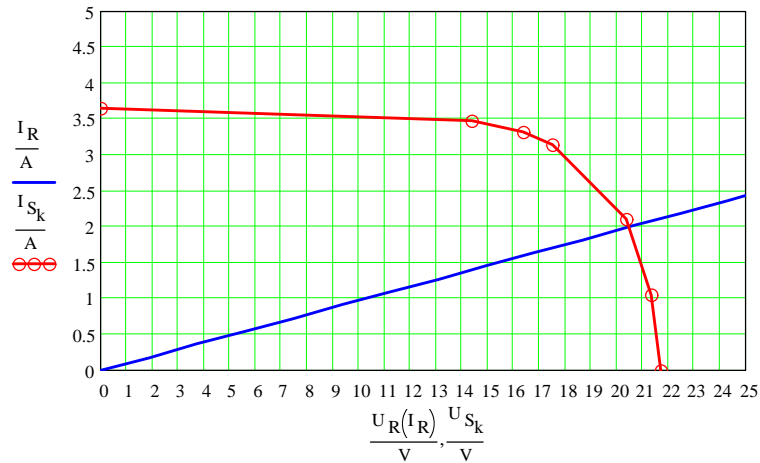


Abb. 3.2.3: Widerstand als Last eines Solarmoduls

Lösung zu (c): Mit den Kennlinienparametern und dem geforderten Laststrom I_L folgt aus der Kennliniengleichung (3.2.55) die Spannung U_L für den Arbeitspunkt:

$$I_L = 2A \quad (3.2.56)$$

$$U_L = U(I_L) = 20,5V \quad (3.2.57)$$

Für den Lastwiderstand folgt damit

$$R_L = 10,25\Omega \quad (3.2.58)$$

Die effektive Solarzellenkennlinie ist als Werkzeug zur praktischen Berechnung von Anpassungsproblemen, beispielsweise zur Berechnung von Matchverlusten durch streuende Kennwerte geeignet (vgl. Kap. 3.5).

3.3 Verlustwiderstände

3.3.1 Serien-Innenwiderstand R_s

Die internationale Norm IEC 60 891, bzw. ihre deutsche Übersetzung DIN EN 60 891 [77] schreibt Verfahren zur Umrechnung von gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinien von photovoltaischen Bauelementen aus kristallinem Silizium auf andere Temperaturen und Einstrahlungen vor.

Zur Bestimmung des Serien-Innenwiderstandes R_s unter künstlichem Sonnenlicht müssen folgende Bedingungen eingehalten werden:

- Bei Raumtemperatur müssen 2 Kennlinien bei unterschiedlicher Bestrahlungsstärke (die Größe braucht nicht bekannt zu sein) aber gleicher spektraler Verteilung der Bestrahlungsstärke gemessen werden.
- Während der Messung muß die Temperatur der Zellen konstant gehalten werden (zulässige Toleranz $\pm 2^\circ\text{C}$)

Aus den beiden Kennlinien müssen zwei Arbeitspunkte U_1 und U_2 ermittelt werden, woraus der Serien-Innenwiderstand berechnet werden kann [76].

Die Norm IEC 60 891 schreibt folgende Prozedur zur Ermittlung der beiden Arbeitspunkt vor:

- Festlegung einer Stromdifferenz ΔI zwischen Kurzschlußstrom und Strom im gewählten Arbeitspunkt der Kennlinie 2 (der Index 2 bezeichnet die Kennlinie mit dem niedrigeren Kurzschlußstrom).

$$\Delta I = 0,5 I_{sc2} \quad (3.3.1)$$

- Ermittlung der Arbeitspunkte U_1 und U_2 .

$$(FS.2.2) \quad U_1 = U(I_{sc1} - \Delta I, R_{pv1}, U_{T1}, I_{01}, I_{ph1}) \quad (3.3.2)$$

$$U_2 = U(I_{sc2} - \Delta I, R_{pv2}, U_{T2}, I_{02}, I_{ph2}) \quad (3.3.3)$$

- Berechnung des Serien-Innenwiderstandes

$$R_s = \frac{U_2 - U_1}{I_{sc1} - I_{sc2}} \quad (3.3.4)$$

Zur Bewertung der notwendigen Genauigkeit bei der R_s -Bestimmung soll der Widerstand $R_{pmax} = U_{pmax}/I_{pmax}$ als Bezugsgröße herangezogen werden. Da der Serienwiderstand R_s durch schlechte Kontaktwiderstände vergrößert wird, ist die R_s -Messung für die Qualitätskontrolle von großer Wichtigkeit.

3.3.2 Fallbeispiel zur R_s -Berechnung

Für die Messung des Serien-Innenwiderstandes mit natürlichem Sonnenlicht unter realen Umgebungsbedingungen läßt sich die Bedingung der unveränderten spektralen Verteilung des Sonnenlichtes dadurch einhalten, daß die Messung der beiden Kennlinien in einer unbewölkten Zeitspanne innerhalb eines kurzen Zeitintervalls ($\Delta T < 1$ min) durchgeführt wird. Die Veränderung der Bestrahlungsstärke kann dadurch bewirkt werden, daß der Prüfling in seiner Ausrichtung gegenüber der direkten Sonneneinstrahlungs-Richtung verändert wird (Veränderung des Azimut- bzw. Elevations-Winkels).

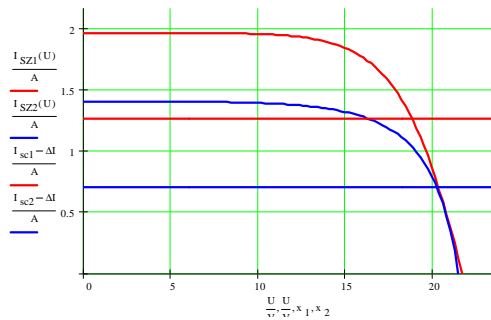


Abb. 3.3.1. Kennlinienmessung zur R_s -Bestimmung nach IEC 60 891

Tabelle 3.3.1. Ergebnisse der Kennlinien-Messung

Nr.	I_{sc} [A]	U_{oc} [V]	I_{pmax} [A]	U_{pmax} [V]	P_{max} [W]	R_{pmax} [Ω]
1	1,97	21,68	1,74	16,29	28,3	9,36
2	1,41	21,45	1,22	17,06	20,8	13,98

Effektivparameter Kennlinie 1

$$R_{pv1} = 0,614 \text{ V/A} \quad (3.3.5)$$

$$U_{T1} = 2,012 \text{ V} \quad (3.3.6)$$

$$I_{01} = 4,122E-5 \text{ A} \quad (3.3.7)$$

$$I_{ph1} = 1,97 \text{ A} \quad (3.3.8)$$

Effektivparameter Kennlinie 2

$$R_{pv2} = -1,137 \text{ V/A} \quad (3.3.9)$$

$$U_{T2} = 2,873 \text{ V} \quad (3.3.10)$$

$$I_{02} = 8,067E-4 \text{ A} \quad (3.3.11)$$

$$I_{ph2} = 1,41 \text{ A} \quad (3.3.12)$$

Festlegung der Stromdifferenz (3.3.1)

$$\Delta I = 0,5 I_{sc2} \quad (3.3.13)$$

$$\Delta I = 0,7 \text{ A} \quad (3.3.14)$$

Ermittlung des Arbeitspunkts U_1 (3.3.2)

$$U_1 = U(I_{sc1} - \Delta I, R_{pv1}, U_{T1}, I_{01}, I_{ph1}) \quad (3.3.15)$$

$$U_1 = 18,84 \text{ V} \quad (3.3.16)$$

Ermittlung des Arbeitspunkts U_2 . (3.3.3)

$$U_2 = U(I_{sc2} - \Delta I, R_{pv2}, U_{T2}, I_{02}, I_{ph2}) \quad (3.3.17)$$

$$U_2 = 20,26 \text{ V} \quad (3.3.18)$$

Berechnung des Serien-Innenwiderstandes (3.3.4)

$$R_s = \frac{20,26 \text{ V} - 18,84 \text{ V}}{1,97 \text{ A} - 1,41 \text{ A}} = 2,54 \Omega \quad (3.3.19)$$

Zusammenstellung der Ergebnisse:

Tabelle 3.3.2. Ergebnis der R_s -Berechnung

Nr.	R_{pv} [Ω]	U_T [V]	I_0 [A]	I_{ph} [A]	$I_{sc1} - \Delta I$ [A]	U_i [V]
1	0,614	2,012	4,122E-5	1,97	1,27	18,84
2	-1,137	2,873	8,067E-4	1,41	0,71	20,26
R_s	mit (3.3.4)				$R_s = 2,54 \Omega$	

Aus den Kennlinienmessungen wurde der Serien-Innenwiderstand mit $2,5 \Omega$ ermittelt, der damit bei 20% des Lastwiderstandes R_{pmax} liegt.

Zum Erkennen von Degradationserscheinungen wird eine regelmäßige Überprüfung des R_s empfohlen.

3.3.3 Parallel-Innenwiderstand R_p

Der Parallel-Innenwiderstand kann aus einer Solarzellen-Kennlinie ermittelt werden, die bei beliebiger Bestrahlungsstärke und Zelltemperatur gemessen wurde. Dabei muß weder Bestrahlungsstärke noch Zelltemperatur bekannt sein.

Das Kennlinienverhalten der Solarzelle kann in der Nähe des Kurzschlußstromes als eingepreßte Stromquelle I_{ph} mit den Verlustwiderständen R_s und R_p beschrieben werden.

$$\text{Mit} \quad I_{ph} - I_L \ll I_{ph} \text{ und } R_p \gg R_s \quad (3.3.20)$$

$$\text{folgt} \quad U_L = I_{ph} R_p - I_L R_p \quad (3.3.21)$$

Somit folgt für die Kennliniensteigung im Kurzschlußpunkt

$$\frac{dU_L}{dI_L} = -R_p \quad (3.3.22)$$

Näherungsweise kann der Parallel-Innenwiderstandes aus der Sekantensteigung beim Kurzschlußpunkt bestimmt werden:

– Festlegung einer Laststromes nahe beim Kurzschlußstrom

$$I_L = 0,99 I_{sc} \quad (3.3.23)$$

– Ermittlung des Arbeitspunktes U_L

$$(FS.2.2) \quad U_L = U(I_L, R_{pv}, U_T, I_0, I_{ph}) \quad (3.3.24)$$

– Berechnung des Parallel-Innenwiderstandes

$$R_p = \frac{U_L}{I_{sc} - I_L} \quad (3.3.25)$$

Zur Bewertung der notwendigen Genauigkeit bei der R_p -Bestimmung kann der Widerstand $100 R_{pmax}$ als Bezugsgröße herangezogen werden. Ein Parallel-Widerstand dieser Größe nimmt etwa 1% der Solarzellenleistung auf. Mit den Zahlenwerten aus Tabelle 3.3.1 ergibt sich der typische Wert ca. $1k\Omega$. Als unterer Grenzwert kann der folgende Widerstand angesehen werden:

$$R_{pmin} = \frac{U_{pmax}}{I_{sc} - I_{pmax}} \quad (3.3.26)$$

Im vorliegenden Beispiel ergibt sich aus Tabelle 3.3.1: $R_{pmin} = 70\Omega$ bzw. 90Ω .

Mit dem Füllfaktors FF kann der Grenzwiderstand anders ausgedrückt werden:

$$R_{pmin} = FF \frac{I_{sc} U_{oc}}{I_{pmax} (I_{sc} - I_{pmax})} \quad (3.3.27)$$

Offensichtlich führt ein geringer R_p zu einem geringen Füllfaktor.

A.1.7 Meteorologische Gegebenheiten

Tägliche Globalstrahlung

Tagesintegral der Bestrahlungsstärke E auf eine horizontale Fläche von Sonnenaufgang SA bis Sonnenuntergang SU .

$$G = \int_{SA}^{SU} E(t) dt \quad (\text{FS.1.27})$$

Mittlere Einstrahlung

Mittelwert der täglichen Globalstrahlung über einen Zeitraum von n Tagen

$$\bar{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G_i \quad (\text{FS.1.28})$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n G_i^2 - n \bar{G}^2 \right)} \quad (\text{FS.1.29})$$

Tagesmittelwerte für Beobachtungszeiträume

$$\text{Jahr} \quad GA = \bar{G}(\text{Jahr}) \quad (\text{FS.1.30})$$

$$\text{Monat} \quad GM = \bar{G}(\text{Monat}) \quad (\text{FS.1.31})$$

$$\text{Sommer} \quad G_{sum} = \bar{G}(\text{Apr} - \text{Sep}) \quad (\text{FS.1.32})$$

$$\text{Winter} \quad G_{win} = \bar{G}(\text{Oct} - \text{Mar}) \quad (\text{FS.1.33})$$

Strahlungsstatistik für partiellen Beobachtungszeitraum über n Monate

Die unterschiedliche Anzahl von Tagen pro Monat N_m bedingt die Anwendung gewichteter Monatsmittelwerte zur Ermittlung der n Teil-Mittelwerte für die partielle Nutzungsdauer:

$$GM_{eff} = GM \cdot N_m \frac{12}{365} \quad (\text{FS.1.34})$$

$$G_{part} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n GM_{effi} \quad (\text{FS.1.35})$$

Berechnungsschema für partielle Mittelwerte (Beispiel: Würzburg)

Tabelle A.1.10.1. Jahresstatistik der täglichen Globalstrahlung (kWh/m²)

Würzburg											
GA=3,06 $\sigma=1,78$											
Jan	Feb	Mar	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
GM											
0,82	1,60	2,68	4,04	5,03	5,54	5,34	4,49	3,53	1,94	0,92	0,65

Tabelle A.1.10.2. Gewichtete Jahresstatistik der täglichen Globalstrahlung

Monat	N _m	GM kWh/m ²	GM _{eff} kWh/m ²	Sommer kWh/m ²	Winter kWh/m ²
Januar	31	0,82	0,83		0,83
Februar	28	1,60	1,47		1,47
März	31	2,68	2,73		2,73
April	30	4,04	3,98	3,98	
Mai	31	5,03	5,13	5,13	
Juni	30	5,54	5,46	5,46	
Juli	31	5,34	5,45	5,45	
August	31	4,49	4,57	4,57	
September	30	3,53	3,48	3,48	
Oktober	31	1,94	1,98		1,98
November	30	0,92	0,91		0,91
Dezember	31	0,65	0,66		0,66
Partieller Mittelwert			3,06	4,68	1,43
Standardabweichung σ			1,78	0,74	0,73

Die folgenden Tabellen beinhalten die Monats- und Jahres-Mittelwerte der Zehnjahresperiode 1966-1975 einiger europäischer meteorologischer Meßstationen [79].

A.2 Solargenerator

A.2.1 Effektive Solarzellen-Kennlinie

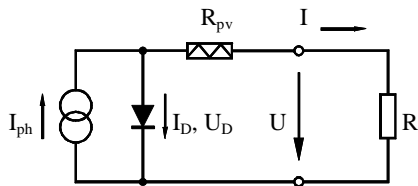


Abb. A.2.1. Ersatzschaltbild

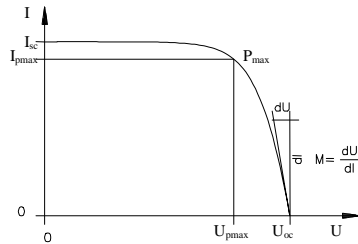


Abb. A.2.2. Strom-Spannungs-Kennlinie

- I_{sc} Kurzschlußstrom
- U_{oc} Leerlaufspannung
- I_{pmax} Strom im Punkt maximaler Leistung
- U_{pmax} Spannung im Punkt maximaler Leistung

$$I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{U + I \cdot R_{pv}}{U_T}} - 1 \right) \quad (\text{FS.2.1})$$

explizite Form
$$U = U_T \ln \left(\frac{I_{ph} - I + I_0}{I_0} \right) - I \cdot R_{pv} \quad (\text{FS.2.2})$$

Steigung M

$$M = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} \left(-5,411 \frac{I_{pmax} U_{pmax}}{I_{sc} U_{oc}} + 6,450 \frac{U_{pmax}}{U_{oc}} + 3,417 \frac{I_{pmax}}{I_{sc}} - 4,422 \right) \quad (\text{FS.2.3})$$

Die Effektiv-Parameter der Solarzellen-Kennlinie

$$R_{pv} = -M \frac{I_{sc}}{I_{pmax}} + \frac{U_{pmax}}{I_{pmax}} \left(1 - \frac{I_{sc}}{I_{pmax}} \right) \quad (\text{FS.2.4})$$

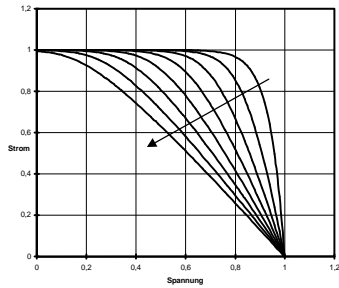
$$U_T = -(M + R_{pv}) I_{sc} \quad (\text{FS.2.5})$$

$$I_0 = I_{sc} e^{\frac{-U_{oc}}{U_T}} \quad (\text{FS.2.6})$$

$$I_{ph} = I_{sc} \quad (\text{FS.2.7})$$

Tabelle A.2.1. Variation der Effektiv-Parameter der Solarzellenkennlinie

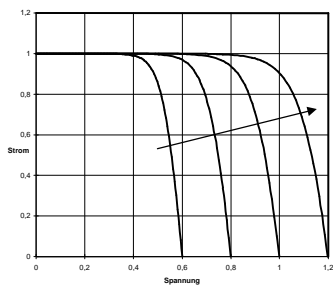
Kennlinienbild	Erläuterung
----------------	-------------



R_{pv} ansteigend in Pfeilrichtung.

Der Photovoltaik-Widerstand R_{pv} beschreibt als nicht-ohmscher Effektivwert die Wirkung der Kombination Serien-Innenwiderstand und Parallel-Innenwiderstand auf die Kennlinie.
 Großer Serienwiderstand: großer R_{pv} .
 Kleiner Parallelwiderstand: negativer R_{pv}

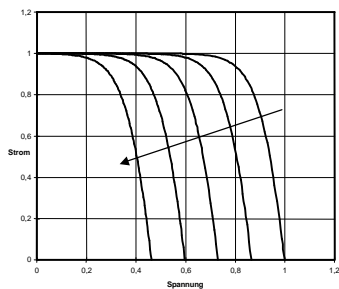
Abb. A.2.3. Variation R_{pv}



U_T ansteigend in Pfeilrichtung.

Temperaturspannung der idealen Diode des Ersatzschaltbildes.

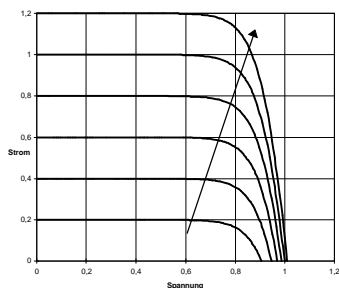
Abb. A.2.4. Variation U_T



I_0 ansteigend in Pfeilrichtung

Sperrstrom der idealen Diode des Ersatzschaltbildes.
 Dunkel-Sperrstrom der Solarzelle.

Abb. A.2.5. Variation I_0



I_{ph} ansteigend in Pfeilrichtung

Photostrom der Solarzelle.
 Der Strom, der durch Lichteinstrahlung auf die Solarzelle entsteht (innerer Photoeffekt).

Abb. A.2.6 Variation I_{ph}

A.3.2 Wechselrichter

Teillastbetrieb Leistungsbilanz

$$P_e = P_{ev} + k \cdot P_a + P_a \quad (\text{FS.3.10})$$

Eingangsleistung P_e (FS.3.11)

Ausgangsleistung P_a (FS.3.12)

leistungsproportionale Verluste $k P_a$ (FS.3.13)

Eigenbedarfsleistung P_{ev} (FS.3.14)

Nennleistung P_N (FS.3.15)

Wirkungsgrad bei Nennleistung P_N η_{100} (FS.3.16)

Teilwirkungsgrad bei 10% der Nennleistung η_{10} (FS.3.17)

Wirkungsgradverlauf in Abhängigkeit vom Teillast-Faktor p

$$h_{wr}(p) = \frac{1}{1 + k + \frac{P_{ev}}{p \cdot P_N}} \quad (\text{FS.3.18})$$

Gleichungskonstanten für Wirkungsgradverlauf

$$\frac{P_{ev}}{P_N} = \frac{1}{9} \left(\frac{1}{h_{10}} - \frac{1}{h_{100}} \right) \quad (\text{FS.3.19})$$

und

$$k = \frac{10}{9h_{100}} - \frac{1}{9h_{10}} - 1 \quad (\text{FS.3.20})$$

Euro-Wirkungsgrad

Beschreibt mittleres Teillastverhalten bei mitteleuropäischen Klimaverhältnissen

$$\eta_{\text{EUR}} = 0,03\eta_5 + 0,06\eta_{10} + 0,13\eta_{20} + 0,1\eta_{30} + 0,48\eta_{50} + 0,2\eta_{100} \quad (\text{FS.3.21})$$

Berechnungsschema zur Ermittlung des Euro-Wirkungsgrades

Tabelle A.3.1. Gewichtete Teilwirkungsgrade für Euro-Wirkungsgrad

Teillastfaktor p	$\eta_{\text{wr}}(p)$	Gewichtungsfaktor	Teilwirkungsgrad
5%	η_5	0,03	$0,03\eta_5$
10%	η_{10}	0,06	$0,06\eta_{10}$
20%	η_{20}	0,13	$0,13\eta_{20}$
30%	η_{30}	0,10	$0,10\eta_{30}$
50%	η_{50}	0,48	$0,48\eta_{50}$
100%	η_{100}	0,20	$0,20\eta_{100}$
Euro-Wirkungsgrad		$\eta_{\text{EUR}} = \Sigma$	

A.4 Systemdimensionierung

A.4.1 Täglicher Energiebedarf

Tabelle A.4.1. Elektrischer Energiebedarf der Anwendungs-Geräte für ein PV-System

Gegenstand	Anzahl	Leistung W	Betriebszeit h	Energiebedarf WH
Gerät a	a	P_a	t_a	$a P_a t_a$
Gerät b	b	P_b	t_b	$b P_b t_b$
Gerät x	x	P_x	t_x	$x P_x t_x$
Gerät y	y	P_y	t_y	$y P_y t_y$
Gerät z	z	P_z	t_z	$z P_z t_z$
Gesamt-Energiebedarf			$W_{ver} =$	Σ

A.4.2 Dimensionierung der Batterie

Der Autonomiefaktor A gibt an, wieviele Tage eine Solaranlage bei zunächst vollgeladener Batterie den Energiebedarf des Verbrauchers ohne Nachladung decken kann. Empfohlene Autonomiefaktoren:

- A=3: SHS und vergleichbare Anwendungen
- 3>A>6: Höherer Anspruch an Verfügbarkeit
- A=7: Anlagen mit wöchentlichem Verbrauchszyklus (Wochenend-Häuser)
- A>7: Unwirtschaftlicher Betrieb. Wird nicht empfohlen.

Empfohlene Batterie-Nennspannung

$$\text{SHS und vergleichbar} \quad U_N = 12 \text{ V} \quad (\text{FS.4.1})$$

$$\text{SHS mit höherer Leistung} \\ \text{Kühlschrank} \quad U_N = 24 \text{ V} \quad (\text{FS.4.2})$$

Andere Spannungen in Abhängigkeit von den Anforderungen

$$\text{Batteriekapazität} \quad C_N = \frac{A \cdot W_{ver}}{U_N} \quad (\text{FS.4.3})$$

$$\text{Ladewirkungsgrad} \quad \eta_{bat} = 0,8 \text{ (typisch)} \quad (\text{FS.4.4})$$

$$\text{Anpassungswirkungsgrad} \quad \eta_a = 0,95 \text{ (typisch)} \quad (\text{FS.4.5})$$

A.4.3 Dimensionierung des Solargenerators

1. Festlegung der Mindest-Verfügbarkeit \bar{a}_{soll}

Empfehlung für Standardsysteme: $\bar{a}_{\text{soll}} = 90\%$

2. Verfügbarkeit bei Dimensionierung mit Jahresmittelwert der Einstrahlung GA

$$\bar{a}(GA, \mathbf{s}) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\mathbf{p}}} \cdot \frac{\mathbf{s}}{GA} \quad (\text{FS.4.6})$$

3. Wahl der Dimensionierungs-Einstrahlung

$$\bar{a}(GA) > \bar{a}_{\text{soll}} \rightarrow G_{\text{dim}} = GA \quad (\text{FS.4.7})$$

$$\bar{a}(GA) < \bar{a}_{\text{soll}} \rightarrow G_{\text{dim}}(\bar{a}_{\text{soll}}) = GA \left(1 - \frac{\bar{a}_{\text{soll}} - 1 + \frac{\mathbf{s}}{GA\sqrt{2\mathbf{p}}}}{\frac{1}{2} - \frac{\mathbf{s}}{GA\sqrt{2\mathbf{p}}}} \right) \quad (\text{FS.4.8})$$

4. Berechnung der optimalen Peakleistung $P_{\text{pk opt}}$ mit G_{dim}

$$\prod \mathbf{h}_i = \text{Produkt aller Teilwirkungsgrade} \quad (\text{FS.4.9})$$

$$P_{\text{pk opt}} = 1,2 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \cdot \frac{W_{\text{ver}}}{G_{\text{dim}} \prod \mathbf{h}_i} \quad (\text{FS.4.10})$$

5. Realisierung der Peakleistung P_{pk} mit k handelsüblichen PV-Modulen

$$P_{\text{pk mod}} = \text{Modul-Peakleistung} \quad (\text{FS.4.11})$$

$$P_{\text{pk}} = k P_{\text{pk mod}} \quad (\text{FS.4.12})$$

6. Überprüfung der sich aus der Realisierung ergebenden Verfügbarkeit

$$G_{\text{eff}} = G_{\text{dim}} \frac{P_{\text{pk opt}}}{P_{\text{pk}}} \quad (\text{FS.4.13})$$

$$\bar{a}(G_{\text{eff}}) = \frac{1}{2} - \frac{\mathbf{s}}{G_{\text{eff}} \sqrt{2\mathbf{p}}} + \frac{\mathbf{s}}{G_{\text{eff}}} \cdot L\left(\frac{G_{\text{eff}} - GA}{\mathbf{s}}\right) + \frac{GA}{2G_{\text{eff}}} + \left(\frac{GA}{G_{\text{eff}}} - 1\right) \cdot \Phi\left(\frac{G_{\text{eff}} - GA}{\mathbf{s}}\right) \quad (\text{FS.4.14})$$

A.4.4 Mittlere Verfügbarkeit

Mittelwert der Einstrahlung (Kurzform: Mittlere Einstrahlung)

$$\bar{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G_i \quad (\text{FS.4.15})$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n G_i^2 - n\bar{G}^2 \right)} \quad (\text{FS.4.16})$$

Substitution $x = \frac{G - \bar{G}}{s} \quad (\text{FS.4.17})$

Normalverteilung $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (\text{FS.4.18})$

$$\Phi(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (\text{FS.4.19})$$

$$L(z) = \int_0^z \frac{x}{\sqrt{2p}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (\text{FS.4.20})$$

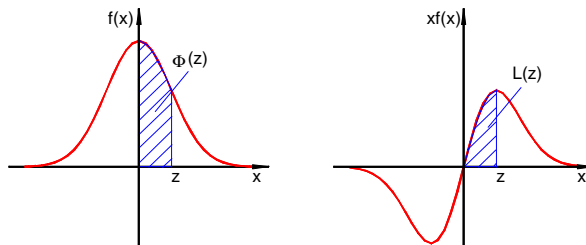


Abb. A.4.1. Verteilungsfunktionen $f(x)$ und $xf(x)$

Aus Symmetriegründen gilt

$$\Phi(-z) = -\Phi(z) \quad (\text{FS.4.21})$$

$$L(-z) = L(z) \quad (\text{FS.4.22})$$

A.5 Wirtschaftliche Bewertung

A.5.1 Kostenannuitäten-Methode

Die Kostenannuität folgt aus Investition und Nutzungsdauer.

$$\text{Kostenannuität} \quad AN = IN \cdot WF(z, t) \quad (\text{FS.5.1})$$

$$\text{Wiedergewinnungsfaktor} \quad WF(z, t) = \frac{q^t (q-1)}{q^t - 1} \quad (\text{FS.5.2})$$

$$\text{Kalkulations-Zinssatz} \quad z \quad \text{Zinsfaktor} \quad q = 1+z \quad (\text{FS.5.3})$$

$$\text{Inflationsrate} \quad i \quad \text{Realzinsfaktor} \quad q_r = \frac{q}{q_i} \quad (\text{FS.5.4})$$

$$\text{Realzinssatz} \quad r = \frac{1+z}{1+i} - 1 \quad (\text{FS.5.5})$$

Tabelle A.5.1. Kostenzusammenstellung der Anlagenkomponenten für ein PV-System

Gegenstand	Investition EUR	Lebensdauer Jahre	WF(z,T)	Kostenannuität EUR
Gerät 1	IN ₁	T ₁	WF ₁	IN ₁ WF ₁
Gerät 2	IN ₂	T ₂	WF ₂	IN ₂ WF ₂
Gerät 3	IN ₃	T ₃	WF ₃	IN ₃ WF ₃
Gerät....
Gerät n	IN _n	T _n	WF _n	IN _n WF _n
Installation	IN _{inst}	T _{inst}	WF _{inst}	IN _{inst} WF _{inst}
Laufende Jahreskosten				LK
Gesamt-Kostenannuität			AN _{ges} =	Σ

$$\text{Energie-Tagesertrag} \quad W_{ver} = GA \cdot P_{pk} \cdot PR \frac{m^2}{kW} \quad (\text{FS.5.6})$$

$$\text{Performance Ratio} \quad PR = 0,83 h_{res} \quad (\text{FS.5.7})$$

$$\text{Kilowattstunden-Kosten} \quad K = \frac{AN_{ges}}{365 W_{ver}} \quad (\text{FS.5.8})$$

A.5.2 Wiedergewinnungsfaktor WF

Engl. Recovery Factor RF

$$WF(z, t) = \frac{q^t (q-1)}{q^t - 1} \quad (\text{FS.5.9})$$

Tabelle A.5.2. Wiedergewinnungsfaktoren WF(z,t)

t	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,010	1,020	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100
2	0,508	0,515	0,523	0,530	0,538	0,545	0,553	0,561	0,568	0,576
3	0,340	0,347	0,354	0,360	0,367	0,374	0,381	0,388	0,395	0,402
4	0,256	0,263	0,269	0,275	0,282	0,289	0,295	0,302	0,309	0,315
5	0,206	0,212	0,218	0,225	0,231	0,237	0,244	0,250	0,257	0,264
6	0,173	0,179	0,185	0,191	0,197	0,203	0,210	0,216	0,223	0,230
7	0,149	0,155	0,161	0,167	0,173	0,179	0,186	0,192	0,199	0,205
8	0,131	0,137	0,142	0,149	0,155	0,161	0,167	0,174	0,181	0,187
9	0,117	0,123	0,128	0,134	0,141	0,147	0,153	0,160	0,167	0,174
10	0,106	0,111	0,117	0,123	0,130	0,136	0,142	0,149	0,156	0,163
11	0,096	0,102	0,108	0,114	0,120	0,127	0,133	0,140	0,147	0,154
12	0,089	0,095	0,100	0,107	0,113	0,119	0,126	0,133	0,140	0,147
13	0,082	0,088	0,094	0,100	0,106	0,113	0,120	0,127	0,134	0,141
14	0,077	0,083	0,089	0,095	0,101	0,108	0,114	0,121	0,128	0,136
15	0,072	0,078	0,084	0,090	0,096	0,103	0,110	0,117	0,124	0,131
16	0,068	0,074	0,080	0,086	0,092	0,099	0,106	0,113	0,120	0,128
17	0,064	0,070	0,076	0,082	0,089	0,095	0,102	0,110	0,117	0,125
18	0,061	0,067	0,073	0,079	0,086	0,092	0,099	0,107	0,114	0,122
19	0,058	0,064	0,070	0,076	0,083	0,090	0,097	0,104	0,112	0,120
20	0,055	0,061	0,067	0,074	0,080	0,087	0,094	0,102	0,110	0,117
21	0,053	0,059	0,065	0,071	0,078	0,085	0,092	0,100	0,108	0,116
22	0,051	0,057	0,063	0,069	0,076	0,083	0,090	0,098	0,106	0,114
23	0,049	0,055	0,061	0,067	0,074	0,081	0,089	0,096	0,104	0,113
24	0,047	0,053	0,059	0,066	0,072	0,080	0,087	0,095	0,103	0,111
25	0,045	0,051	0,057	0,064	0,071	0,078	0,086	0,094	0,102	0,110
26	0,044	0,050	0,056	0,063	0,070	0,077	0,085	0,093	0,101	0,109
27	0,042	0,048	0,055	0,061	0,068	0,076	0,083	0,091	0,100	0,108
28	0,041	0,047	0,053	0,060	0,067	0,075	0,082	0,090	0,099	0,107
29	0,040	0,046	0,052	0,059	0,066	0,074	0,081	0,090	0,098	0,107
30	0,039	0,045	0,051	0,058	0,065	0,073	0,081	0,089	0,097	0,106